INSTITUTO SUPERIOR DE TRANSPORTES E COMUNICAÇÕES

MiniTeste 2 de

ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA

Curso: Licenciatura em Engª Electrotécnica	**Data:** 22/03/2024
Turma: LEE11	**Pontuação:** 100Pts
Docente: Amade Monteiro	**Duração:** 50 minutos

Questões

1. **[10 +10 Pontos]** Uma matriz $A \in M_{3\times 3}$ tem a seguinte propriedade $a_{ij} = \begin{cases} i+j & se\ i=j \\ i-j & se\ i \neq j \end{cases}$

   Construa a matriz A e classifica-a em simétrica ou anti-simétrica.

2. **[15 Pontos]** Sendo as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 12 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} x-y & x+y \\ 2y-5 & -1 \end{pmatrix}$, ache os valores de x e y para que se tenha $A = B^t$.

3. **[15 Pontos]** Sejam $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, calcule $A.B$

4. **[20 Pontos]** Aplicando a regra de Sarrus, calcule o determinante de $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 0 \\ -2 & 1 & 6 \\ 4 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

5. **[30 Pontos]** Seja $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & -4 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -3 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, Calcule o determinante da matriz C.

Bom Trabalho!

Correção mT2 – ALGA/2024

1.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

Classificação:

1º) A é quadrada

2º) $a_{ij} = -a_{ji}$

Logo, a matriz A é anti-simétrica. III

2. $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 12 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} x-y & x+y \\ 2y-5 & -1 \end{pmatrix}$

$A = B^t$ ora, $B^t = \begin{pmatrix} x-y & 2y-5 \\ x+y & -1 \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} x - \cancel{y} = 2 \\ x + \cancel{y} = 12 \end{cases}$$

$2x = 14$

$x = 7$, então, $x + y = 12$

$7 + y = 12$

$y = 5$

$$\text{sol} = \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$$

II

3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3+8-6 & -1+4-0 & 2+10-9 \\ 15+0+4 & -5+0+0 & 10+0+6 \\ 3-4+2 & -1-2+0 & 2-5+3 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 3 \\ 19 & -5 & 16 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

4. $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ -2 & 1 & 6 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

$$|A| = \left| \begin{array}{ccc|cc} 3 & 5 & 0 & 3 & 5 \\ -2 & 1 & 6 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & -1 & 4 & 2 \end{array} \right| = -3+120+0-(0+36+10)$$

$$|A| = 71$$

5.

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & -4 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -3 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Aplicando a regra de Laplace a partir do desenvolvimento da 2ª linha temos:

$$\det(C) = +4 \cdot (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 2 & -3 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 & -4 \\ -1 & -3 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

Aplicando Sarrus para achar determinantes de matrizes de ordem 3 temos:

$$\det(C) = -4 \cdot (-96) + 2 \cdot (-6) = 372$$