INSTITUTO SUPERIOR DE TRANSPORTES E COMUNICAÇÕES

Análise Numérica
Cursos: LEIT, LEMT, LEE e LECC
Docentes: T. Sambo, R. Nicol's, B. Cassongo e E. Sitoe
Ficha 1. Noções Básicas Sobre Erros

1. Determine os erros, absoluto e relativo das seguintes aproximações:
   (a) $\sqrt{\pi} \approx 1,77245$;
   (b) $\frac{10}{7} \approx 1,42857$;
   (c) $e^{\frac{1}{2}} \approx 1,64872$;
   (d) $e \approx \frac{106}{39}$.

2. Que valor é mais exacto quando se usam:
   (a) $\pi \approx 3,14$ ou $e \approx 2,718$;
   (b) $\sqrt{18} \approx 4,24$ ou $\frac{9}{11} \approx 0,818$;

3. Verifique quantos são os dígitos significativos corretos na aproximação de x por x^*.
   (a) $x = 2,5834$ e $x^* = 2,6$;
   (b) $x = 0,9949$ e $x^* = 0,9951$;

4. Determine o limite superior do erro cometido no cálculo
   (a) $y = \ln x,\ x = 2,5 \pm 0,01$;
   (b) $y = \sin x,\ x = 3,2 \pm 0,03$;

5. Determine o valor aproximado da área e o erro absoluto de um jardim trapezial, sabendo que: $a = 5 \pm 0,01$; $b = 15 \pm 0,02$; $h = 4 \pm 0,01$.

6. Derive a fórmula de propação do erro para a função

$$f(x,y,z) = x^{\alpha_1} y^{\alpha_2} z^{\alpha_3}$$

7. Calcule o valor aproximado e o erro absoluto das seguintes expressões:
   (a) $z = \dfrac{x^2+y^2}{1+xy}$
   $x = 3,10 \pm 0,02$; $y = 2,01 \pm 0,02$;
   (b) $t = e^{-yz} + \dfrac{\cos x}{y}$, $x = 1,3 \pm 0,1$ $y = 0,25 \pm 0,04$; $z = 1,7 \pm 3 \times 10^{-1}$;
   (c) $v = \dfrac{\pi h^2(3r-h)}{3}$, $h = 0,5$ e $r = 1$, sabendo que na extração de dados cometeu-se um erro de 10^{-2} para cada um dos dados;
   (d) $x = \dfrac{m^2 n^2}{\sqrt{k}}$, $m = 25,2 \pm 0,01$;
   $n = 10,25 \pm 0,02$; $k = 6,125 \pm 0,003$;
   (e) $y = \dfrac{(a+b)m}{(c-d)^2}$ $a = 2,225 \pm 0,001$ $b = 10,5 \pm 0,002$; $m = 0,5 \pm 0,005$; $c = 10,5 \pm 0,002$; $d = 6,15 \pm 0,003$.

INSTITUTO SUPERIOR DE TRANSPORTES E COMUNICAÇÕES

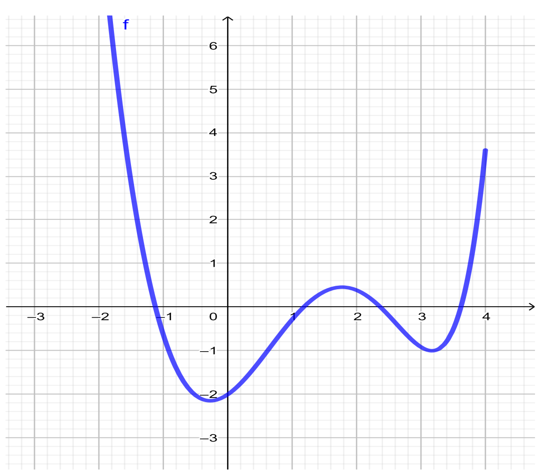
Análise Numérica
Cursos: LEIT, LEMT, LEE e LECC
Docentes: R. Nicol's e T. Sambo
Ficha 2. Zeros de Funções de Variável Real

1. Usando o método gráfico, determine um intervalo que contenha uma raíz das seguintes equações:
   (a) $x^3 + x - 1 = 0$;
   (b) $e^x + x^2 + x - 2 = 0$;
   (c) $x - 1 + e^{-2x} = 0$.

2. Mostre que as seguintes equações têm pelo menos uma solução nos intervalos dados:
   (a) $x \cos x - 2x^2 + 3x - 1 = 0$, $[0,2; 0,3]$ e $[1,2; 1,3]$.
   (b) $2x \cos 2x - x + 2 = 0$, $[2; 3]$ e $[3; 4]$.

3. Isole analiticamente os zeros das seguintes funções:
   (a) $f(x) = x^3 - 5x^2 + x + 3$;
   (b) $g(x) = x \ln x - 3,2$;
   (c) $h(x) = \sqrt{x} - 5e^{-x}$;

4. A seguir está representado o gráfico da função $f(x) = -x^3 + x^2 - 3 + e^x$.
   (a) Usando o Teorema de Bolzano, isole um zero da função em um intervalo com amplitude 0,5;
   (b) Aproxime dois dos zeros da função com precisão 10^{-2}.



5. Utilizando o método da bissecção, com erro inferior a 0,1, determine o valor aproximado da raiz positiva da equação
$$e^x + x^2 + x - 2 = 0.$$

6. Calcule $\sqrt[3]{2}$ com precisão de $\epsilon = 10^{-2}$ usando o método da bissecção.

7. Mostre que existe uma única raiz de $f(x) = x^2 \ln(x) - 3$ contida no intervalo $]2, 3[$ e calcule-a, usando o método da bissecção, com precisão de $\epsilon = 10^{-2}$.

8. Utilizando o método da bissecção, com erro inferior a 10^{-4}, determine o valor aproximado do zero da função
$$f(x) = e^{-x^2} - \cos x$$
no intervalo $[1, 2]$;

9. Determine um intervalo que contenha uma única raiz do polinómio $f(x) = x^3 - x + 3$. Mostre que $\varphi(x) = \sqrt[3]{x - 3}$ pode ser usada como função auxiliar no método iterativo geral e use-a para calcular essa raiz, com precisão $\epsilon = 10^{-4}$.

10. Determine pelo método iterativo geral, com erro inferior a $0,1$, o zero aproximado da função $f(x) = 1 + x + e^x$, no intervalo $[-2; -1]$.

11. Calcule $\sqrt[3]{3}$ com precisões $\epsilon = 10^{-2}$, usando o método da falsa posição.

12. Usando o método de Newton, com erro inferior a $0,001$, determine o valor aproximado da raíz da função
$$g(x) = x \ln x - 1,$$
no intervalo $[1; 2]$.

13. Usando o método de Newton, com erro inferior a $0,001$, determine o valor aproximado da raíz da função
$$g(x) = 4 \sin x - e^x,$$
no intervalo $[0; 1]$.

14. Usando o método de secante, com erro inferior a $0,01$, determine o valor aproximado da raíz da função
$$i(x) = e^{-x} - \cos x,$$
no intervalo $[1; 2]$.

15. Usando o método de secante, com erro inferior a $0,01$, determine o valor aproximado da raíz da função
$$i(x) = e^{-x^2} - \cos x,$$
no intervalo $[1; 1,5]$.