

12 de Maio -17 de Maio de 2024

Leis de logritmos

1. Avalie as seguintes expressões

a) $\log_3 100 - \log_3 18 - \log_3 50$ b) $\log(\log 10^{10,000})$ c) $\log_4 16^{100}$

2. Use as leis de logarítmos para expandir as expressões

a) $\log_3(x\sqrt{y})$

b) $\log_2(xy)^{10}$

c) $\ln \sqrt[3]{3r^2s}$

d) $\log \sqrt{\frac{x^2 + 4}{(x^2 + 1)(x^3 - 7)^2}}$

e) $\log \sqrt{x\sqrt{y\sqrt{z}}}$

f) $\log \left(\frac{10^x}{x(x^2 + 1)(x^4 + 2)} \right)$

3. Use as leis de logarítmos para combinar as expressões.

a) $\log_5(x^2 - 1) - \log_5(x - 1)$

b) $\ln(a + b) + \ln(a - b) - 2 \ln c$

c) $2(\log_5 x + 2 \log_5 y - 3 \log_5 z)$

d) $\frac{1}{3} \log(2x + 1) + \frac{1}{2} [\log(x - 4) - \log(x^4 - x^2 - 1)]$

e) $\log_a b + c \log_a d - r \log_a s$

4. Use a fórmula da mudança de base para mostrar que

$$\log_3 x = \frac{\ln x}{\ln 3}$$

Depois use este facto para esboçar o gráfico da função $f(x) = \log_3 x$.

5. Use a fórmula da mudança de base para mostrar que $\log e = \frac{1}{\ln 10}$.

6. Simplifique $(\log_2 5)(\log_5 7)$.

7. Mostre que $-\ln(x - \sqrt{x^2 - 1}) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$.

8. Resolva as seguintes equações.

- a) $\log(x^2 - x - 2) = 2$
- b) $\log_2 3 + \log_2 x = \log_2 5 + \log_2(x - 2)$
- c) $2 \log x = \log 2 + \log(3x - 4)$
- d) $\log_5 x + \log_5(x + 1) = \log_5 20$
- e) $\log_5(x + 1) - \log_5(x - 1) = 2$
- f) $\log_9(x - 5) + \log_9(x + 3) = 1$
- g) $\ln(x - 1) + \ln(x + 2) = 1$

9. Para que valores de x a seguinte equação é verdadeira?

$$\log(x + 3) = \log x + \log 3$$

10. Para que valores de x é verdade que $(\log x)^3 = 3 \log x$?

11. Resolva para x : $2^{2/\log_5 x} = \frac{1}{16}$.

12. Resolva para x : $\log_2(\log_3 x) = 4$

13. Resolva as seguintes inequações

- a) $\log(x - 2) + \log(9 - x) < 1$
- b) $3 \leq \log_2 x \leq 4$
- c) $2 < 10^x < 5$
- d) $x^2 e^x - 2e^x < 0$

14. Um homem investe 5000 MTN numa conta que paga 8.5% de juros por ano, compostos trimestralmente.

- (a) Encontre a quantia depois de 3 anos.
 (b) Quanto tempo levará para o investimento duplicar?

15. Quanto tempo levará para um investimento de 1000 MTN duplicar em valor se a taxa de juros é de 8.5% por ano, compostos continuamente?

16. Cada uma das seguintes equações que se seguem pode ser transformadas numa equação linear ou quadrática aplicando a sugestão dada. Resolva cada equação.

- (a) $(x - 1)^{\log(x-1)} = 100(x - 1)$ Sugestão: Tome o logarítmico de cada lado.
 (b) $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 1$ Sugestão: Transforme todos logs para a base 2.
 (c) $4^x - 2^{x+1} = 3$ Sugestão: Escreva como um quadrático em 2^x .