

ISUTC: Matemática Geral, Ficha-IX (parte I)

12 de Maio -17 de Maio de 2024

Função Exponencial

1. Esboce o gráfico das funções que se seguem fazendo uma tabela de valores. Use a calculadora se necessário:

a) $f(x) = 2^x$ b) $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ c) $g(x) = 3e^x$ d) $h(x) = 2e^{-0.5x}$

2. Esboce ambas funções num único conjunto de eixos.

(a) $f(x) = 2^x$ e $g(x) = 2^{-x}$

(b) $f(x) = 3^{-x}$ e $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

(c) $f(x) = 4^x$ e $g(x) = 7^x$

3. Esboce o gráfico das seguintes funções, sem traçar os pontos, mas partindo apenas dos gráficos das famílias da função exponencial $f(x) = a^x$ para valores correspondentes de a . Indique o domínio, a imagem e as assíntotas.

a) $f(x) = -3^x$ b) $f(x) = 2^x - 3$ c) $h(x) = 2^{x-3}$

d) $h(x) = 4 + \left(\frac{1}{2}\right)^x$ e) $y = e^{x-3} + 4$

4. (a) Esboce o gráfico de $f(x) = 2^x$ e $g(x) = 3(2)^x$.
(b) Qual é a relação entre os gráficos?

5. A função cosseno hiperbólica define-se por

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

Esboce o gráfico da função $y = \frac{1}{2}e^x$ e $y = \frac{1}{2}e^{-x}$ no mesmo eixo e use a adição gráfica para esboçar o gráfico de $y = \cosh(x)$

6. A função seno hiperbólica define-se por

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

Esboce o gráfico desta função usando a adição gráfica.

7. Use as definições do exercício 5 e 6 para provar as seguintes identidades.

a) $\cosh(-x) = \cosh(x)$

b) $\sinh(-x) = -\sinh(x)$

c) $(\cosh(x))^2 - (\sinh(x))^2 = 1$

d) $[\cosh(x)]^2 - [\sinh(x)]^2 = 1$

e) $\sin(x+y) = \sinh(x) \cosh(y) + \cosh(x) \sinh(y)$

8. (a) Compare as taxas de crescimento das funções $f(x) = 2^x$ e $g(x) = x^5$ esboçando os gráficos de ambas funções nos seguintes retângulos:

a) $[0, 5]$ por $[0, 20]$

b) $[0, 25]$ por $[0, 10^7]$

c) $[0, 50]$ por $[0, 10^8]$

(b) Encontre as soluções das equações $2^x = x^5$, corrija para lugar de uma casa decimal.

9. Quando um certo medicamento é administrado para um paciente, o número de miligramas permanecendo na corrente sanguínea do paciente depois de t horas é modelado por

$$D(t) = 50e^{-0.2t}.$$

Quantos miligramas de drogas permanecem na corrente sanguínea do paciente depois de 3 horas.

10. A população de uma certa espécie de pássaros é limitada pelo tipo de habitat necessário para aninhamento. A população comporta-se de acordo com o modelo logístico de crescimento

$$n(t) = \frac{5600}{0.5 + 27.5e^{-0.044t}},$$

onde t mede-se em anos.

(a) Encontre a população inicial de pássaros.

(b) Esboce um gráfico da função $n(t)$;

(c) Qual o tamanho que a população se aproxima com o passar do tempo?

Função logarítmica

1. Expresse a equação na forma exponencial.

(1) a) $\log_5 25 = 2$

b) $\log_5 1 = 0$

(2) a) $\log_8 2 = \frac{1}{3}$

b) $\log_2 \frac{1}{8} = -3$

(3) a) $\ln(x+1) = 2$

b) $\ln(x-1) = 4$

2. Expresse cada equação na forma logarítmica.

(1) a) $5^3 = 125$

b) $10^{-4} = 0.0001$

(2) a) $4^{-3/2} = 0.125$ b) $7^3 = 343$

(3) a) $e^{x+1} = 0.5$ b) $e^{0.5x} = t$

3. Avalie as seguintes expressões

a) $\log_3 3$ b) $\log_5 5^4$ c) $\log_4 64$
d) $\log_9 \sqrt[3]{9}$ e) $e^{\ln \sqrt{5}}$ f) $\ln e^4$

4. Use a definição de função logarítmica para encontrar x .

a) $\log_2 x = 5$ b) $\log_2 16 = x$ c) $\log_3 243 = x$ d) $\log_x 3 = \frac{1}{3}$

5. Esboce o gráfico de $y = 4^x$, depois use este para esboçar o gráfico de $y = \log_4 x$.

6. Esboce o gráfico das funções que se seguem, sem esboçar pontos, mas começando dos gráficos $y = \log_a x$, para o valor correspondente de a para cada caso. Indique o domínio, imagem e assíntotas.

a) $f(x) = \log_2(x - 4)$ b) $f(x) = -\log_{10}^x$
c) $f(x) = \log_5(-x)$ d) $y = \log_3(x - 1) - 2$
e) $y = 1 - \log_{10} x$ f) $y = 1 + \ln(-x)$
g) $y = |\ln x|$ h) $y = \ln|x|$

7. Encontre o domínio das seguintes funções.

a) $f(x) = \log_2(x + 3)$ b) $f(x) = \log_2(x^2 - 1)$
c) $f(x) = \ln x + \ln(2 - x)$ d) $h(x) = \sqrt{x - 2} - \log_2(10 - x)$

8. Esboce o gráfico das seguintes funções que se seguem e use estes para encontrar o domínio, assíntotas, e valores máximos e mínimos locais.

a) $y = \log_{10}(1 - x^2)$ b) $y = x + \ln x$ c) $y = x(\ln x)^2$
d) $y = \frac{\ln x}{x}$ e) $y = x \log_{10}(x + 10)$

9. Considere as funções $f(x) = \log_2(\log_{10} x)$ e $f(x) = \ln(\ln(\ln x))$.

- (a) Encontre o domínio das funções f e g .
(b) Encontre a inversa das funções f e g .

10. (a) Encontre a inversa da função $f(x) = \frac{2^x}{1 + 2^x}$.

(b) Qual é o domínio da inversa da função?