ISUTC: Matemática Geral,   Ficha-VII

22 de Abril -26 de Abril de 2024

Função real de variável real

1. Avalie a função nos valores indicados

   a) $f(x) = 2x + 1;\quad f(1), f(-2), f(\frac{1}{2}), f(a), f(-a), f(a+b);$

   b) $g(x) = \dfrac{x-1}{x+1};\quad g(2), g(-2), g(\dfrac{1}{2}), g(a), g(a-1), g(-1).$

   c) $f(x) = \dfrac{|x|}{x},\quad f(-2), f(-1), f(0), f(5), f(x^2), f\left(\dfrac{1}{x}\right).$

2. Avalie a função definida por partes nos valores indicados

   (a) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se} \quad x < 0 \\ x+1 & \text{se} \quad x \geq 0 \end{cases};$

   $f(-2), f(-1), f(0), f(1), f(2)$

   (b) $f(x) = \begin{cases} 3x & \text{se} \quad x < 0 \\ x+1 & \text{se} \quad 0 \leq x \geq 2 \\ (x-2)^2 & \text{se} \quad x > 1 \end{cases};$

   $f(-5), f(0), f(1), f(2), f(5)$

3. Encontre $f(a), f(a+h)$, e a diferença do quociente $\dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$, onde $h \neq 0$:

   a) $f(x) = 3x + 2;$

   b) $f(x) = x^2 + 1.$

   c) $f(x) = \dfrac{2x}{x-1}.$

4. Encontre o domínio das funções:

   a) $f(x) = x^2 + 1,\quad 0 < x \leq 5$

   b) $f(x) = \dfrac{1}{3x-6}$

   c) $f(x) = \dfrac{x^4}{x^2 + x - 6}$

   d) $f(t) = \sqrt[3]{t-1}$

   e) $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

   f) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{2x^2 + x - 1}$

   g) $f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{6-x}}$

   h) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt[4]{9-x^2}}$

5. O custo C em meticais de produção x metros de um certo tecido é dado pela função

$$C(x) = 1500 + 3x + 0.02x^2 + 0.0001x^3.$$

(a) Encontre $C(10)$ e $C(100)$

(b) O que a sua resposta em (a) representa?

(c) Encontre $C(10)$. (Este valor representa o custo fixo.)

6. De acordo com a teoria da relatividade, o comprimento L de um objecto é uma função de sua velocidade v em relação a um observador. Para um objecto cujo comprimento em repouso é 10 metros, a função é dada por

$$L(v) = 10\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

onde c é a velocidade da luz.

(a) Encontre $L(0.5c)$, $L(0.75c)$ e $L(0.9c)$.

(b) Como é que o comprimento de um objecto varia quando a sua velocidade aumenta?

7. Num certo pais, o imposto de renda T é avaliado mediante a seguinte função de imposto x :

$$T(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad 0 \leq x \leq 10000 \\ 0.08x & \text{se} \quad 10000 < x \leq 20000 \\ 1600 + 0.15x & \text{se} \quad 20000 < x. \end{cases}$$

(a) Encontre $T(5000)$, $T(12000)$ e $T(25000)$.

(b) O que as suas respostas em (a) representam?

Recta

1. Encontre a inclinação da recta que passa pelos pontos P e Q

a) $P(0,0)$, $Q(4,2)$ b) $P(-1,-4), Q(6,0)$ c) $P(1,-3), Q(-1,6)$

2. Esboce a recta que passa por $(0,0)$ com inclinação $1, 0, \frac{1}{2}, 2$ e -1.

3. Esboce a recta que passa por $(0,0)$ com inclinação $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$ e 3.

4. Encontre a equação da recta que satisfaz as condições:

(a) Passa por $(2,3)$; inclinação 1

(b) Passa por $(-1,-2)$ e $(4,3)$

(c) Inclinação $\frac{2}{5}$ intersecta y em 4.

(d) Intersecta x em -8 e intersecta y em 2.

(e) Passa por $(4,5)$ é paralela ao eixo x.

(f) Passa por $(1,-6)$; paralelo a recta $2x+3y+4=0$.

(g) Passa por $\left(\frac{1}{2},-\frac{2}{3}\right)$; perpendicular a recta $4x-8y=1$.

(h) Passa por $(-2,-1)$; perpendicular a recta que passa pelos pontos $(1,1)$ e $(5,-1)$.

5. Encontre a inclinação e a interseção y da recta e esboce o seu gráfico:

a) $x+y=3$ b) $\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y+1=0$ c) $-3x-5y+30=0$

d) $y=4$ e) $x=-5$ f) $4x+5y=10$

6. Mostre que se os pontos onde a recta intersecta x e y de uma recta são valores não nulos a e b, então a equação da recta pode ser escrita na forma

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1.$$

7. Esboce o gráfico das funções definidas por partes:

a) $f(x)=\begin{cases}0 & \text{se } x<2\\ 1 & \text{se } x\geq 2\end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases}1-x & \text{se } x<-2\\ 5 & \text{se } x\geq -2\end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases}-1 & \text{se } x<-1\\ x & \text{se } -1\leq x\leq 1\\ -1 & \text{se } x>1\end{cases}$