

ISUTC: Matemática Geral, Ficha-VI

8 de Abril - 12 de Abril de 2024

Equações e inequações

1. As equações que se seguem são lineares ou equivalentes a equação linear. Resolva cada uma das equações seguintes:

a) $2(1 - x) = 3(1 + 2x) + 5$

b) $\frac{2}{3}y + \frac{1}{2}(y - 3) = \frac{y + 1}{4}$

c) $\frac{3}{x + 1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3x + 3}$

d) $\frac{4}{x - 1} + \frac{2}{x + 1} = \frac{35}{x^2 - 1}$

e) $(t - 4)^2 = (t + 4)^2 + 32$

f) $\sqrt{3}x + \sqrt{12} = \frac{x + 5}{\sqrt{3}}$

2. Resolva as seguintes equações dadas para a variável indicada:

a) $PV = nRT$; para R

b) $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$; para R_1

c) $\frac{ax + b}{cx + d} = 2$; para x

d) $\frac{a + 1}{b} = \frac{a - 1}{b} + \frac{b + 1}{a}$; para a

e) $F = G \frac{mM}{r^2}$; para r

f) $h = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$; para t

3. Resolva as seguintes equações por factorização:

a) $x^2 + 3x - 4 = 0$

b) $2y^2 + 7y + 3 = 0$

c) $3x^2 + 5x = 2$

d) $6x(x - 1) = 21 - x$

4. Resolva as seguintes equações completando o quadrado:

a) $x^2 + 2x - 5 = 0$

b) $x^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{8}$

c) $3x^2 - 6x - 1 = 0$

d) $4x^2 - x = 0$

5. Encontre todas soluções das seguintes equações quadráticas:

a) $x^2 + 30x + 200 = 0$

b) $\theta^2 - \frac{3}{2}\theta + \frac{9}{16} = 0$

c) $\sqrt{6}x^2 + 2x - \sqrt{3/2} = 0$

d) $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$

6. Use o discriminante para determinar o número de soluções reais das seguintes equações (não resolva as equações):

a) $x^2 - 6x + 1 = 0$

b) $3x^2 = 6x - 9$

c) $x^2 + 2.20x + 1.21 = 0$

d) $x^2 + rx - s = 0$ ($s > 0a$)

7. Encontre todas soluções reais das seguintes equações:

- a) $\frac{10}{x} - \frac{12}{x-3} + 4 = 0$ b) $\frac{x+5}{x-2} = \frac{5}{x+2} + \frac{28}{x^2-1}$
c) $2x + \sqrt{2x+1} + 1 = x$ d) $\sqrt{\sqrt{x-5} + x} = 5$
e) $x^4 - 13x^2 + 40 = 0$ f) $x^6 - 2x^3 - 3 = 0$
g) $4(x+1)^{1/2} - 5(x+1)^{3/2} + (x+1)^{5/2} = 0$ h) $x^{1/2} + 3x^{-1/2} = 10x^{-3/2}$
i) $|x-4| = 0.01$ j) $|x-6| = -1$

8. A população de peixes num certo lago cresce e decresce de acordo com a fórmula

$$F = 1000(30 + 17t - t^2)$$

F é o número de peixes no instante t , onde t mede-se em anos desde 1 de janeiro de 2002 onde a população dos peixes foi estimado.

- (a) Em que data a população dos peixes será de novo a mesma como em 1 de janeiro de 2002?
(b) Em que data todos peixes no lago terão morrido?

9. Resolva as seguintes inequações lineares. Expresse a solução usando a notação de intervalo e esboce o conjunto solução:

- a) $5 \leq 3x - 4 \leq 14$ b) $\frac{1}{3}x + 2 < \frac{1}{6}x - 1$
c) $\frac{1}{6} < \frac{2x-13}{12} \leq \frac{2}{3}$ d) $\frac{1}{2} \leq \frac{4-3x}{5} \leq \frac{1}{4}$

10. Resolva as seguintes inequações não lineares. Expresse a solução usando a notação de intervalos e esboce o conjunto solução:

- a) $(x+2)(x-2) < 0$ b) $x^2 - 3x - 18 \leq 18$
c) $5x^2 + 3x \geq 3x^2 + 2$ d) $(x+2)(x-1)(x-3) \leq 0$
e) $16x \leq x^3$ f) $1 + \frac{2}{x+1} \leq \frac{2}{x}$
g) $\frac{x+2}{x+3} < \frac{x-1}{x-2}$ h) $x^5 > x^2$

11. Resolva as seguintes inequações de valor absoluto. Expresse a resposta usando notação de intervalo e esboce o conjunto solução:

- a) $|3x| < 15$ b) $\frac{1}{2}|x| \geq 1$
c) $|x+1| \geq 1$ d) $|2x-3| \leq 0.4$
e) $3 - |2x+4| \leq 1$ f) $8 - |2x-1| \geq 6$

12. Determine os valores da variável para os quais as seguintes expressões estão definidas como um número real:

- a) $\left(\frac{1}{x^2 - 5x - 14}\right)^{1/2}$ b) $\sqrt{\frac{1-x}{2+x}}$

13. Suponhamos que a, b, c e d são números reais positivos tais que

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$$

Mostre que $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.