ISUTC: Matemática Geral, Ficha-V

25 de Março - 29 de Março de 2024

Polinómios

1. Dois polinômios $P(x)$ e $D(x)$ são dados. Use a divisão sintética ou longa para dividir por $D(x)$ e expressar $P(x)$ na forma

$$P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x).$$

   (a) $P(x) = 3x^2 + 5x - 4, \quad D(x) = x + 3$
   (b) $P(x) = x^3 + 4x^2 - 6x + 1, \quad D(x) = x - 1$
   (c) $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2x, \quad D(x) = 2x - 3$
   (d) $P(x) = 4x^3 + 7x + 9, \quad D(x) = 2x + 1$
   (e) $P(x) = 2x^5 + 4x^4 - 4x^3 - x - 3, \quad D(x) = x^2 - 2$

2. Dois polinômios $P(x)$ e $D(x)$ são dados. Use a divisão sintética ou longa para dividir $P(x)$ por $D(x)$ e expresse o quociente $P(x)/D(x)$ na forma

$$\frac{P(x)}{D(x)} = Q(x) + \frac{R(x)}{D(x)}$$

   (a) $P(x) = x^2 + 4x - 8, \quad D(x) = x + 3$
   (b) $P(x) = 4x^2 - 3x - 7, \quad D(x) = 2x - 1$
   (c) $P(x) = 2x^4 - x^3 + 9x^2, \quad D(x) = x^2 + 4$
   (d) $P(x) = x^5 + x^4 - 2x^3 + x + 1, \quad D(x) = x^2 + x - 1$

3. Utilize a divisão sintética e o Teorema do Resto para calcular $P(c)$.

   (a) $P(x) = 4x^2 + 12x + 5, \quad c = -1$
   (b) $P(x) = 2x^2 + 9x + 1, \ c = \dfrac{1}{2}$
   (c) $P(x) = x^3 + 3x^2 - 7x + 6, \ c = 2$
   (d) $P(x) = 2x^3 - 21x^2 + 9x - 200, \ c = 11$
   (e) $P(x) = 5x^4 + 30x^3 - 40x^2 + 36x + 14, \ c = -7$

4. Utilize o Teorema do Fator para mostrar que $x - c$ é um fator de $P(x)$ para o(s) valor(es) dado(s) de c.

(a) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1, \quad c = 1$

(b) $P(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 10, \quad c = 2$

(c) $P(x) = x^4 + 3x^3 - 16x^2 - 27x + 63, \quad c = 3; -3$

5. Mostre que o(s) valor(es) dado(s) de c são zeros de $P(x)$, e encontre todos os outros zeros de $P(x)$.

   (a) $P(x) = x^3 - x^2 - 11x + 15, \ c = 3$

   (b) $P(x) = 3x^4 - x^3 - 21x^2 - 11x + 6, \ c = \dfrac{1}{3}; -2$

6. Encontre um polinômio do grau especificado que possui os zeros dados.

   (a) Grau 3; zeros $-1, 1, 3$

   (b) Grau 4; zeros $-2, 0, 2, 4$

   (c) Grau 4; zeros $-1, 1, 3, 5$

   (d) Grau 5; zeros $-2, -1, 0, 1, 2$

   (e) Grau 3; zeros $1, -2, 3$; onde o coeficiente de x^2 é 3

   (f) Grau 4; zeros $1, -1, 2, 1/2$; com coeficientes inteiros.

7. Liste todos os possíveis zeros racionais dados pelo Teorema dos Zeros Racionais (mas não verifique quais realmente são zeros).

   (a) $P(x) = x^3 - 4x + 3$

   (b) $Q(x) = x^4 - 3x^3 - 6x + 8$

   (c) $R(x) = 2x^5 + 3x^3 + 4x^2 - 8$

   (d) $S(x) = 6x^4 - x^2 + 2x + 12$

8. Encontre todos os zeros racionais do polinómio.

   (a) $P(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

   (b) $P(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 8$

   (c) $P(x) = x^3 - 3x - 2$

   (d) $P(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 8x - 4$

   (e) $P(x) = x^5 - 4x^4 - 3x^3 + 22x^2 - 4x - 24$

9. Encontre todos os zeros reais do polinómio. Use a fórmula quadrática se necessário.

   (a) $P(x) = x^3 + 4x^2 + 3x - 2$

   (b) $P(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 12$

   (c) $P(x) = x^4 - 6x^3 + 4x^2 + 15x + 4$

   (d) $P(x) = x^5 - 4x^4 - x^3 + 10x^2 + 2x - 4$

10. Use a Regra dos Sinais de Descartes para determinar quantos zeros reais positivos e quantos zeros reais negativos o polinômio pode ter. Em seguida, determine o número total possível de zeros reais.

    (a) $P(x) = x^3 - x^2 - x - 3$
    (b) $P(x) = 2x^3 - x^2 + 4x - 7$
    (c) $P(x) = 2x^6 + 5x^4 - x^3 - 5x - 1$
    (d) $P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 12$

11. Mostre que os valores dados para a e b são limites inferior e superior para os zeros reais do polinómio.

    (a) $P(x) = 2x^3 + 5x^2 + x - 2$; $a = -3$, $b = 1$
    (b) $P(x) = x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 2x + 8$; $a = -3$, $b = 5$
    (c) $P(x) = 8x^3 + 10x^2 - 39x + 9$; $a = -3$, $b = 2$
    (d) $P(x) = 3x^4 - 17x^3 + 24x^2 - 9x + 1$; $a = 0$, $b = 6$

12. Encontre inteiros que sejam limites superior e inferior para os zeros reais do polinômio.

    (a) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4$
    (b) $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 12$
    (c) $P(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 9x + 2$
    (d) $P(x) = x^5 - x^4 + 1$

13. Encontre todos os zeros racionais do polinômio e, em seguida, encontre os zeros irracionais, se existirem. Sempre que apropriado, utilize o Teorema dos Zeros Racionais, o Teorema dos Limites Inferiores e Superiores, a Regra dos Sinais de Descartes, a fórmula quadrática ou outras técnicas de fatoração.

    (a) $P(x) = 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 3x + 2$
    (b) $P(x) = 2x^4 + 15x^3 + 31x^2 + 20x + 4$
    (c) $P(x) = 4x^4 - 21x^2 + 5$
    (d) $P(x) = 6x^4 - 7x^3 - 8x^2 + 5x$

14. Mostre que o polinômio não possui nenhum zero racional.

    (a) $P(x) = x^3 - x - 2$
    (b) $P(x) = 2x^4 - x^3 + x + 2$
    (c) $P(x) = 3x^3 - x^2 - 6x + 12$
    (d) $P(x) = x^{50} - 5x^{25} + x^2 - 1$