

ISUTC: Matemática Geral, Ficha-II

04 de Março - 08 de Março de 2024

Noções de lógica (parte II)

1. Consideremos o domínio de linguagem de primeira-ordem, o conjunto dos números reais e suas assinaturas são composta por:

► Predicados: $P(x) = \text{“}x \text{ é um número irracional”}$,

$$Q(x, y) = \text{“}x < y\text{”}.$$

► Constantes: 0;

► Funções: $s(x) = x + 1$.

$$f(x, y) = xy, \quad (\text{ produto de } x \text{ e } y).$$

$$g(x, y) = x + y.$$

Escreva as seguintes proposições como uma proposição de primeira ordem usando as assinaturas acima:

- (a) Não existe maior número real.
 - (b) Não existe menor número real.
 - (c) Para quaisquer dois números reais x e y tais que $x < y$, existe um número real z tal que $x < z < y$.
 - (d) A equação $x^2 = 2$ tem pelo menos uma solução.
 - (e) A equação $x^2 = 2$ tem pelo menos duas soluções.
 - (f) A equação $x^2 + x + 1 = 0$ não tem solução.
 - (g) A equação $x^2 = 2$ não tem solução que seja um número racional.
 - (h) Não existe maior número racional.
 - (i) Para quaisquer dois números racionais x e y tais que $x < y$, existe um número racional z tal que $x < z < y$.
 - (j) A equação $x^2 = -1$ não tem solução que seja um número real.
2. Seja $P(x)$ um predicado no domínio D , e $Q(x, y)$ e $R(x, y)$ predicados no domínio D^2 . Importe a negação de cada uma das seguintes proposições de primeira ordem em proposições tais que, cada instância de \sim fique imediatamente à esquerda de um predicado:

(a) $\sim (\exists x \exists y ((P(x) \wedge \sim Q(x, y)) \vee (\sim P(x) \wedge R(x, y))))$

(b) $\sim (\forall x (P(x) \rightarrow \exists y (Q(x, y) \wedge \sim R(y, x))))$

(c) $\sim (\forall x \exists y (Q(x, y) \leftrightarrow \forall z (R(y, x))))$